

## ЕЛЕКТРОТЕХНІКА

УДК 621.313.333

DOI <https://doi.org/10.32838/2663-5941/2019.3-1/06>

**Кимстач О.Ю.**

Национальный университет кораблестроения имени адмирала Макарова

### ИДЕНТИФИКАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ УТОЧНЁННОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ АСИНХРОННОГО ДВИГАТЕЛЯ

*Рассмотрена задача приблизительного определения по паспортным данным переменной составляющей активного сопротивления ветви намагничивания схемы замещения асинхронного двигателя, которая отображает магнитные потери в сердечнике ротора. Алгоритм идентификации указанного параметра построен на основе метода квазиконстант. Приведён перечень квазиконстант и рекомендации по их определению. Продемонстрирован эффект, достигнутый благодаря уточнению по предложенному алгоритму, на динамические характеристики асинхронного двигателя. В результате исследований доказана целесообразность учёта магнитных потерь в роторе при анализе пусковых режимов асинхронного двигателя.*

**Ключевые слова:** асинхронный двигатель, математическая модель, переменные магнитные потери, метод квазиконстант, схема замещения.

**Постановка проблемы.** Нарастающая автоматизация производственных процессов и систем обслуживания населения неизбежно ведёт к увеличению количества применяемых электроприводов, большинство из которых построены на основе асинхронных двигателей (АД).

Для повышения качества регулирования скорости вращения и обеспечения внедрения энергосберегающих технологий широко применяются автоматизированные электроприводы с микропроцессорным управлением. Их программное обеспечение способно корректно работать только при условии наличия всех основных параметров АД, т.е. параметров Т- или Г-образной схем замещения [1]. Теория АД, построенная на основе схем замещения, имеет ряд существенных допущений [2], которые вносят значительные ошибки и нарушают корректную работу автоматизированных электроприводов. Особенно это наблюдается в переходных режимах.

Рассмотрение динамических режимов АД традиционно выполняется на основе математической модели (ММ) обобщённой электрической машины [2, 3] или её уточнённых вариантов [4–7], а также ММ в фазных координатах с частотозависимыми параметрами [8]. Усовершенствованные модели являются более предпочтительными, т.к. обеспечивают максимально возможный адекватный результат.

**Анализ последних исследований и публикаций.** При отсутствии учёта магнитных потерь [2;

3; 9] ММ является менее устойчивой, что характеризуется долго или полностью незатухающими колебаниями в установившемся режиме, которые присутствуют на результирующих кривых, полученных в работе [9].

Уточнённая ММ [6], учитывающая постоянные и переменные магнитные потери, является более предпочтительной в использовании, потому что магнитная цепь и, соответственно, потери мощности в ней выполняют роль своеобразного демпфера АД в процессе преобразования энергии.

Выполнить учёт постоянных магнитных потерь не представляет особых проблем [4; 7], для этого необходимо знать активное сопротивление ветви намагничивания Т-образной схемы замещения. Его можно определить при проектировании АД [4; 10] или по паспортным данным, используя одну из многочисленных известных методик [11–13].

Для корректной оценки переменных магнитных потерь необходимо знать геометрию и магнитные нагрузки для магнитопровода ротора, что возможно только при проектировании АД, а при наличии паспортных данных является недоступной информацией. В работе [6] приведена оценочная методика расчёта переменной составляющей активного сопротивления ветви намагничивания на основе метода квазиконстант [4], но она не может быть использована в практических расчётах из-за значительной погрешности.

**Формулирование целей статьи.** Статическая ММ АД представляется в виде уточнённой схемы замещения (рис. 1), которая отличается наличием переменной составляющей активного сопротивления ветви намагничивания  $R_{\mu 2}(s)$ , отображающей магнитные потери в магнитопроводе ротора. Тогда уравнения потокосцеплений в осях  $u$  и  $v$  уточнённой ММ АД в относительных единицах [6]:

$$\begin{cases} \frac{d\psi_{su}}{dt} = U_{su} - r_s \cdot i_{su} + \psi_{sv} - [r_\mu + r_{\mu 2}(s)] \cdot (i_{su} + i_{ru}); \\ \frac{d\psi_{sv}}{dt} = U_{sv} - r_s \cdot i_{sv} - \psi_{su} - [r_\mu + r_{\mu 2}(s)] \cdot (i_{sv} + i_{rv}); \\ \frac{d\psi_{ru}}{dt} = -r_r \cdot i_{ru} + s \cdot \psi_{rv} - s \cdot [r_\mu + r_{\mu 2}(s)] \cdot (i_{su} + i_{ru}); \\ \frac{d\psi_{rv}}{dt} = -r_r \cdot i_{rv} - s \cdot \psi_{ru} - s \cdot [r_\mu + r_{\mu 2}(s)] \cdot (i_{sv} + i_{rv}), \end{cases}$$

где  $i_{su}, i_{sv}, i_{ru}, i_{rv}, \psi_{su}, \psi_{sv}, \psi_{ru}, \psi_{rv}, U_{su}, U_{sv}$  – токи, потокосцепления и напряжения обмоток статора и ротора в относительных единицах по осям  $u$  и  $v$  соответственно;  $r_s, r_r$  – активные сопротивления обмоток статора и ротора;  $s$  – скольжение;  $r_\mu$  и  $r_{\mu 2}(s)$  – активные сопротивления ветви намагничивания в относительных единицах.

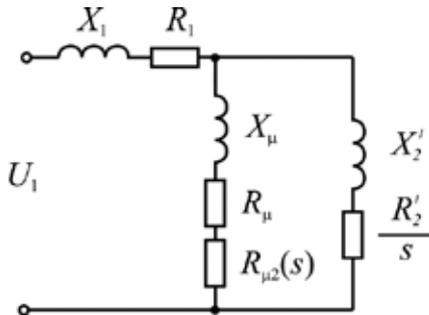


Рис. 1. Уточнённая Т-образная схема замещения АД

Система уточнённых уравнений потокосцеплений в осях  $u$  и  $v$ , представленная выше, получена путём обратных преобразований статической модели (рис. 1) по прямой аналогии, представленной в [2], при этом скорость вращения осей равняется скорости вращения поля статора, т.е. базовой величине, что в относительных единицах равняется 1,0 [4]. В целом, в качестве основы используется математическая модель обобщённой электрической машины в осях  $u$  и  $v$  [2, 4], применение которой изначально ведёт к принятию всех её допущений, за исключением пренебрежения магнитными потерями. Соответственно, токи  $i_{su}, i_{sv}, i_{ru}, i_{rv}$  и потокосцепления  $\psi_{su}, \psi_{sv}, \psi_{ru}, \psi_{rv}$  – это проекции пространственных комплексов на ортогональные оси  $u$  и  $v$ .

За основу построения методики расчёта переменной составляющей активного сопротивления ветви намагничивания Т-образной схемы замещения АД используется выражение [6]:

$$R_{\mu 2}(s) = k_{\mu 2}(D_1, s) R_\mu,$$

где  $k_{\mu 2}(D_1, s)$  – коэффициент, отображающий соотношение переменной и постоянной составляющей активного сопротивления ветви намагничивания,  $D_1$  – внутренний диаметр статора,  $s$  – скольжение.

Для определения коэффициента  $k_{\mu 2}(D_1, s)$ , как в [6], используются расчётные коэффициенты плоскостей:

– зубцовой зоны ротора

$$a(D_1) = D_1^2 - \left( D_{b2} + \frac{D_1 B_\delta}{pk_c B_{c2}} \right)^2 - \frac{4A_2 D_1}{10\Delta_2}, \quad (1)$$

где  $D_{b2}$  – внутренний диаметр магнитопровода ротора;  $B_\delta$  – индукция в воздушном зазоре;  $B_{c2}$  – индукция спинки ротора;  $p$  – количество пар полюсов;  $k_c$  – коэффициент заполнения магнитопровода;  $A_2$  – линейная нагрузка ротора;  $\Delta_2$  – плотность тока в обмотке ротора;

– спинки ротора

$$b(D_1) = \left( D_{b2} + \frac{D_1 B_\delta}{pk_c B_{c2}} \right)^2 - D_{b2}^2; \quad (2)$$

– зубцовой зоны статора

$$c(D_1) = \left( D_{1n} - \frac{D_1 B_\delta}{pk_c B_{c1}} \right)^2 - D_1^2 - \frac{4A_1 D_1}{10k_{31} \Delta_1}, \quad (3)$$

где  $D_{1n}$  – наружный диаметр магнитопровода статора;  $B_{c1}$  – индукция спинки статора;  $\Delta_1$  – плотность тока в обмотке статора;  $A_1$  – линейная нагрузка статора;  $k_{31}$  – коэффициент заполнения паза статора;

– спинки статора

$$d(D_1) = \frac{2D_{1n} D_1 B_\delta}{pk_c B_{c1}} - \left( \frac{D_1 B_\delta}{pk_c B_{c1}} \right)^2. \quad (4)$$

С учётом выражений (1)–(4) коэффициент

$$k_{\mu 2}(D_1, s) = \frac{B_{32}^2 \cdot a(D_1) + B_{c2}^2 \cdot b(D_1)}{B_{31}^2 \cdot c(D_1) + B_{c1}^2 \cdot d(D_1)} \cdot s^\beta,$$

где  $\beta$  – коэффициент, который зависит от марки электротехнической стали [4, 10];  $B_{31}$  и  $B_{32}$  – индукции зубцов статора и ротора соответственно.

Значение коэффициента  $k_{\mu 2}(D_1, s)$  зависит от диаметра  $D_1$ , который в [6] определяется как среднее арифметическое предельных границ измене-

ния его при условии, что площади зубцов статора и ротора должны быть больше нуля, т.е. фактический разброс возможных значений диаметра активной зоны определяется диапазоном от 62 мм до 89 мм. Однако такое решение не совсем корректно, т.к. даже при 5% неточности определения  $D_1$  ошибка вычисления коэффициента  $k_{\mu 2}(D_1, s)$  составляет десятки процентов. Поэтому возникает задача более точного определения границ наиболее вероятностной вариации  $D_1$ .

**Цель статьи** – разработать методику расчёта переменной составляющей активного сопротивления ветви намагничивания по паспортным данным.

**Материалы исследований.** Поставленная задача решается на основе общей теории конструирования АД [4; 10] и метода квазиконстант [4].

В качестве квазиконстант принимаются:

–  $\beta$  – коэффициент марки электротехнической стали, принимается равным 1,4 [4; 10];

–  $D_{н1}$  – наружный диаметр магнитопровода статора, принимается равным  $1,7h$ , где  $h$  – высота оси вращения ротора;

–  $D_{в2}$  – внутренний диаметр магнитопровода ротора, принимается равным диаметру третьей ступени вала ротора и рассчитывается по рекомендациям [4; 10];

–  $A_1$  – линейная нагрузка статора, принимаемая по графикам в зависимости от наружного диаметра статора [4];

–  $k_A$  – коэффициент отношения линейных нагрузок ротора и статора, выбираемый из диапазона 0,5...0,95, нижняя граница соответствует двигателям малой мощности, при этом значение 0,8 достигается при мощности АД около полкиловатта;

–  $k_c$  – коэффициент заполнения стали, принимаемый в среднем для всех типов электротехнической стали 0,96;

–  $k_{31}$  – коэффициент заполнения паза статора, принимаемый 0,7;

–  $\Delta_1$  – плотность тока в обмотке статора, выбираемая как среднее значение из диапазона [4] по наружному диаметру статора;

–  $\Delta_2$  – плотность тока в обмотке ротора, выбираемая как среднее значение из рекомендаций [4];

–  $B_\delta$  – индукция в воздушном зазоре, определяемая по расчётным кривым [4; 10];

–  $B_{31}, B_{32}, B_{c1}, B_{c2}$  – индукции зубцов и спинок статора и ротора соответственно, принимаемые как средние значения диапазонов, указанных в рекомендациях [4; 10].

Плотности токов и линейная нагрузка принимаются фиксированными в рамках расчёт-

ного алгоритма, т.к. используются номинальные значения, необходимые только для вычисления геометрических размеров активной части АД. Значения же индукций в реальности в динамических режимах непостоянны и меняются в рамках электромагнитных переходных процессов, которые намного быстротечнее, чем электромеханические. Неравномерность индукции участков магнитопровода ротора связана с противодействием его обмотки резкому нарастанию магнитного поля. Это приводит к насыщению зоны коронок зубьев ротора, соответственно магнитные потери в них возрастают, а в спинке ротора уменьшаются по сравнению с установившимся режимом. Аналогично возрастают поля рассеивания статора, которые также ведут к неравномерности индукций в участках магнитной цепи статора. В первом приближении с учётом быстротечности электромагнитных переходных процессов и усреднения значений принято допущение, что индукции на всех участках магнитной цепи АД постоянны и равняются номинальным, которые определяются по проектным рекомендациям [4; 10].

Решение задачи строится на двукратном определении  $D_1$  из уравнений равновесия описывающих площадей пластин магнитопроводов статора и ротора АД.

С одной стороны, описывающая площадь пластины магнитопровода статора

$$S_{\text{ст}} = \pi (D_{н1}^2 - D_1^2) / 4 = \pi (1,7^2 h^2 - D_1^2) / 4,$$

а с другой стороны, эту же площадь можно получить приблизительно путём сложения её составляющих:

– площадь спинки статора

$$S_{c1} = \frac{\pi B_\delta D_1}{2k_c B_{c1p}} \left( 1,7h - \frac{B_\delta D_1}{2k_c B_{c1p}} \right);$$

– площадь пазов статора

$$S_{п1} = 0,1A_1 \pi D_1 / (\Delta_1 k_{31});$$

– площадь равнобоких зубцов статора без учёта коронок

$$S_{31} = \frac{\pi B_\delta D_1}{2k_c B_{31}} \left( 1,7h - D_1 - \frac{B_\delta D_1}{k_c B_{c1p}} \right).$$

Для решения уравнения равновесия площадей статора

$$S_{\text{ст}} \approx S_{c1} + S_{п1} + S_{31}$$

необходимо вычислить коэффициенты:

$$B_2 = 1 - \frac{B_\delta}{k_c} \left[ \frac{B_\delta}{k_c p B_{c1}} \left( \frac{1}{p B_{c1}} + \frac{2}{B_{31}} \right) + \frac{2}{B_{31}} \right];$$

$$B_1 = \frac{0,4A_1}{k_{31}\Delta_1} + \frac{3,4hB_\delta}{k_c} \left( \frac{1}{p B_{c1}} + \frac{1}{B_{31}} \right);$$

$$B_0 = 1,7^2 h^2 .$$

Внутренний диаметр статора из уравнения равновесия площадей статора

$$D_{1c} = \frac{-B_1 + \sqrt{B_1^2 + 4B_2B_0}}{2B_2} .$$

Аналогично можно найти значение  $D_1$  при рассмотрении площадей пластины магнитопровода ротора при условии, что внешний диаметр магнитопровода ротора равняется  $D_1$ , такое допущение не вносит существенной погрешности. Тогда, с одной стороны, описывающая площадь пластины магнитопровода ротора

$$S_{np} = \pi (D_1^2 - D_{в2}^2) / 4 ,$$

а с другой стороны, эту же площадь можно получить приблизительно путём сложения её составляющих:

– площадь спинки ротора

$$S_{c2} = \frac{\pi B_\delta D_1}{2k_c B_{c2} p} \left( D_{в2} + \frac{B_\delta D_1}{2k_c B_{c2} p} \right) ;$$

– площадь пазов ротора

$$S_{п2} = 0,1 A_1 k_A \pi D_1 / \Delta_2 ;$$

– площадь равнобоких зубцов ротора без учёта коронок

$$S_{з2} = \frac{\pi B_\delta D_1}{2k_c B_{з2}} \left( D_1 - D_{в2} - \frac{B_\delta D_1}{k_c B_{з2} p} \right) .$$

Для решения уравнения равновесия площадей ротора

$$S_{np} \approx S_{c2} + S_{п2} + S_{з2}$$

необходимо вычислить коэффициенты:

$$B'_2 = \frac{B_\delta}{k_c} \left[ \frac{B_\delta}{k_c p B_{c2}} \left( \frac{1}{p B_{c2}} - \frac{2}{B_{з2}} \right) + \frac{2}{B_{з2}} \right] - 1 ;$$

$$B'_1 = \frac{0,4 A_1 k_A}{\Delta_2} + \frac{2 B_\delta D_{в2}}{k_c} \left( \frac{1}{p B_{c2}} - \frac{1}{B_{з2}} \right) ;$$

$$B'_0 = D_{в2}^2 .$$

Внутренний диаметр статора из уравнения равновесия площадей ротора

$$D_{1p} = \frac{-B'_1 - \sqrt{B'_1{}^2 - 4B'_2B'_0}}{2B'_2} .$$

Разница между значениями  $D_{1c}$  и  $D_{1p}$  не должна быть столь значительной, как между границами  $D_1$ , полученными в [6]. Так, для того же АД 4А71А4У3  $D_{1c} = 85,4$  мм и  $D_{1p} = 82,4$  мм, т.е. отличие составляет 3,6%.

Расчётное значение диаметра

$$D_{1расч} = (D_{1c} + D_{1p}) / 2 .$$

Для двигателя 4А71А4У3 графики относительных отличий для момента, тока и угловой частоты при моделировании пуска АД с учётом и без учёта переменных магнитных потерь (рис. 2) для предложенной методики имеют значение в активной фазе переходного процесса примерно в два раза больше, чем при алгоритме, предложенном в [6]. Что говорит о количественно и качественно новом результате и о необходимости учёта переменных магнитных потерь при моделировании АД. Это позволит более точно определить прежде всего максимальные броски тока и продолжительность их воздействия при пуске или других динамических режимах, что необходимо для корректной настройки не только устройств регулирования электроприводов, но и аппаратов защиты.

При этом  $D_{1расч} = 83,9$  мм, что приблизительно на 13% больше, чем по методике [6], а диапазон разброса возможных значений всего лишь от 82,4 мм до 85,4 мм. Это приводит к уточнению

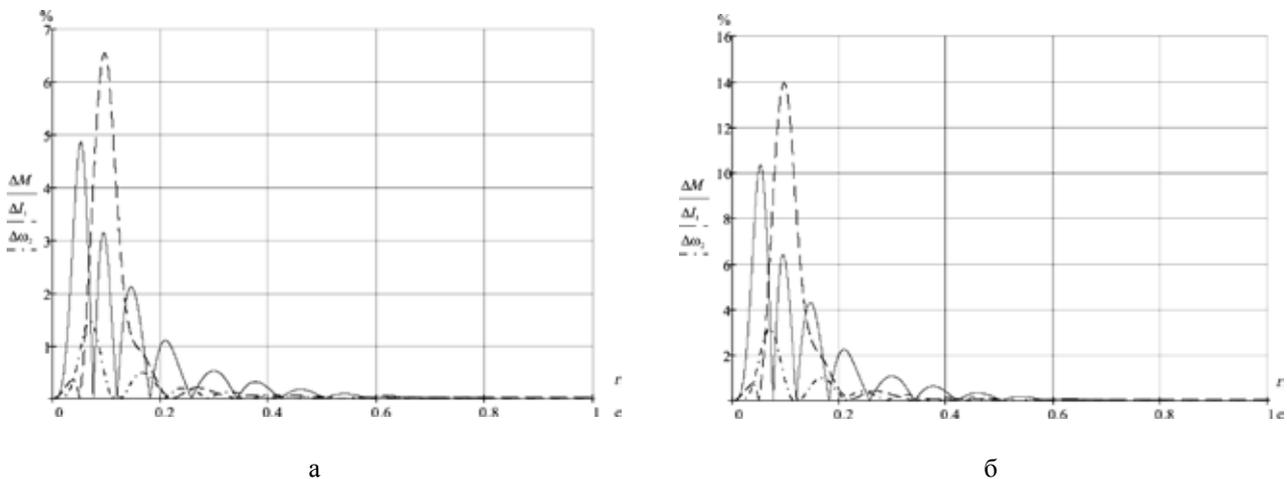


Рис. 2. Графики относительных отличий момента, тока и угловой частоты вращения ротора, рассчитанных по методике [6] (а) и предложенной (б)

расчёта  $k_{\mu 2}(D_1, s)$  более чем в два раза, что подтверждается зависимостью  $k_{\mu 2}(D_1, s)$  (рис. 3), которая построена для скольжения, соответствующего первому максимальному значению отличия динамических характеристик для момента (рис. 2 б) и составляющего 0,729.

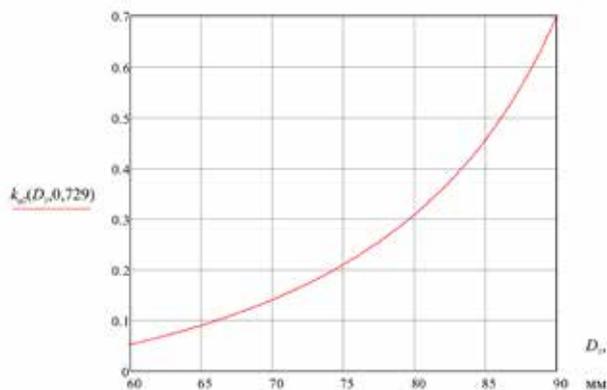


Рис. 3. Изменение коэффициента  $k_{\mu 2}(D_1, s)$  при вариации диаметра активной зоны

Приведённая методика идентификации переменной составляющей активного сопротивления ветви намагничивания базируется на теории АД малой и средней мощности, машины большой мощности имеют существенные конструктивные отличия, которые при составлении полученного алгоритма не учтены (необходимо изменить урав-

нения площадей активной зоны). Кроме этого, не учитываются явления насыщения магнитной цепи и соответственно повышенные поля рассеивания в начальные моменты переходных процессов, а также вытеснения тока в обмотке ротора, которые существенно перераспределяют магнитное поле машины, что требует дополнительных пересчётов переменной составляющей активного сопротивления ветви намагничивания. Вопрос повышения адекватности моделирования АД за счёт рассматриваемой уточнённой математической модели требует дальнейшего дополнительного исследования. Тем не менее, проведённые исследования можно рассматривать как своеобразное усреднённое изучение вопроса весомости переменных составляющих магнитных потерь.

**Выводы.** 1. Предложенная методика расчёта переменной составляющей активного сопротивления ветви намагничивания Т-образной схемы замещения АД в большинстве случаев обладает погрешностью вычисления результата, вносимой неточностью определения диаметра активной зоны, в пределах 5%. 2. Рассчитанные динамические характеристики с помощью уточнённого значения сопротивления  $R_{\mu 2}(s)$  показали целесообразность учёта переменных магнитных потерь при моделировании АД, что следует из графиков относительных отличий момента, тока и угловой частоты вращения ротора.

#### Список литературы:

1. Чепкунов Р.А. Определение параметров схемы замещения асинхронного двигателя по паспортным данным при вводе в эксплуатацию асинхронного электропривода. *Інженерні та освітні технології в електротехнічних і комп'ютерних системах*. № 4 (4). 2013. С. 56–62. URL: <http://eetecs.kdu.edu.ua>.
2. Копылов И.П. Математическое моделирование электрических машин. Москва : Высш. шк., 2001. 327 с.
3. Прудников А.Ю. Математическая модель асинхронного двигателя с эксцентриситетом ротора / А.Ю. Прудников, В.В. Боннет, А.Ю. Логинов. *Вестник КрасГАУ*. 2015. № 6. С. 94–97.
4. Кімстач О.Ю. Проектування асинхронних двигунів малої і середньої потужності загального призначення з короткозамкненим ротором : навчальний посібник. Миколаїв : НУК, 2015. 188 с.
5. Кімстач О.Ю. Математическая модель трансформаторно-асинхронной системы. *Збірник наукових праць УДМУТУ*. Миколаїв : УДМУТУ, 2002. № 2(380). С. 158–165.
6. Нестерчук О.В. Вплив урахування магнітних втрат у роторі на динамічні характеристики асинхронних машин. *Електромеханічні і енергозберігаючі системи*. Щоквартальний науково-виробничий журнал. Кременчук : КрНУ, 2016. Вип. 4/2016 (36). С. 66–72.
7. Кулагін Д.О. Математична модель тягового асинхронного двигуна з урахуванням насичення. *Техн. електродинаміка*. 2014. № 6. С. 49–55.
8. Попович О.М., Головань І.В. Математична модель для розрахунку пускових характеристик асинхронного двигуна з урахуванням еквівалентних контурів втрат у сталі статора і ротора. *Електротехніка і електромеханіка*. Національний технічний університет «ХПІ», 2006. № 1 С. 42–46.
9. Анищенко Н.В. Моделирование асинхронного однофазного конденсаторного двигателя / Н.В. Анищенко, А.А. Астапов, А.А. Коколева. Сборник научных трудов «Вестник НТУ «ХПИ»: Проблемы автоматизованого електроприводу. Теорія і практика. № 28. 2010. С. 459–461.
10. Гольдберг О.Д. Проектирование электрических машин / О.Д. Гольдберг, И.С. Свириденко; под ред. О.Д. Гольдберга. Москва : Высш. шк., 2006. 430 с.

11. Гридин В.М. Расчёт параметров схемы замещения асинхронных двигателей по каталожным данным. *Электричество*. № 5, 2012. С. 40–45.
12. Усольцев А.А. Определение параметров модели асинхронного двигателя по справочным данным / А.А. Усольцев, Д.В. Лукичев. *Изв. высш. учеб. заведений. Приборостроение*. 2005. № 12. С. 35–41.
13. Визначення електромеханічних параметрів та характеристик асинхронних двигунів за табличними даними: звіт про НДР / НУК; кер. О.Ю. Кімстач. Миколаїв, 2016. 57 с. № ДР 0116U007797.

### **ІДЕНТИФІКАЦІЯ ПАРАМЕТРІВ УТОЧНЕНОЇ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ АСИНХРОННОГО ДВИГУНА**

*Розглянуто завдання приблизного визначення за паспортними даними змінного складника активного опору гілці намагнічування заступної схеми асинхронного двигуна, яка відображає магнітні втрати у сердечнику ротора. Алгоритм ідентифікації зазначеного параметра побудовано на основі методу квазіконстант. Наведено перелік квазіконстант і рекомендації з їх визначення. Продемонстровано ефект, досягнутий завдяки уточненню до запропонованого алгоритму, на динамічні характеристики асинхронного двигуна. У результаті досліджень доведено доцільність врахування магнітних втрат у роторі під час аналізу пускових режимів асинхронного двигуна.*

**Ключові слова:** асинхронний двигун, математична модель, змінні магнітні втрати, метод квазі-констант, заступна схема.

### **IDENTIFICATION OF PARAMETERS OF THE IMPROVED MATHEMATICAL MODEL OF THE INDUCTION MOTOR**

*The problem of approximate calculation by the label data of the variable component of the magnetization branch active resistance of the induction motor equivalent circuit, which displays the magnetic losses in the rotor core, is considered. The algorithm for identifying this parameter is formulated on the basis of the quasi-constant method. A list of quasi-constants and recommendations for their definition is given. The effect achieved due to the improvement of the proposed algorithm on the dynamic characteristics of an induction motor is shown. In a result of research the utility of taking into account the magnetic losses in the rotor, when the starting modes of an induction motor are analyzed, is proved.*

**Key words:** induction motor, mathematical model, variable magnetic losses, quasi-constant method, equivalent circuit.